

Rotordynamik in komplexen Strukturen

Reinhard Helfrich, Nils Wagner

INTES GmbH, Stuttgart, Deutschland

NAFEMS World Congress, 9. – 12. Juni 2013, Salzburg, Österreich

Rotierende Teilstrukturen sind Bestandteil in vielen technischen Produkten wie zum Beispiel Fahrzeugen, Flugzeugen, Schiffen und Werkzeugmaschinen. Resultierende Unwuchten aufgrund von Fertigungstoleranzen regen die Gesamtstruktur bestehend aus Rotor und Stator zu Schwingungen an. Insbesondere die Interaktion zwischen diesen beiden ist ein wichtiger Gesichtspunkt in der virtuellen Produktauslegung.

Zunächst werden die Grundlagen der Modellierung und Analyse rotierender Systeme betrachtet und häufig verwendete Ergebnisse einer rotordynamischen Analyse diskutiert. An einem gekoppelten System wird der Interaktionseffekt zwischen Rotor und Stator aufgezeigt. Insbesondere die abgestrahlte Schalleistung des Stators infolge der Unwuchtanregung ist hier von Interesse.

1 Einleitung

Die Finite-Element-Methode hat sich als ein anerkanntes Werkzeug in der Rotordynamik etabliert. Bei der Analyse rotierender Systeme werden einerseits Balkenmodelle [11,16] für den Rotor und andererseits 3-D Rotor-Stator-Modelle verwendet [8, 13, 14]. Auch axialsymmetrische Modelle finden ihre Anwendung [11]. Ein wesentlicher Vorteil dreidimensionaler FE-Modelle liegt in der Berücksichtigung von zusätzlichen Effekten infolge der Rotation, wie Stress-Stiffening und Spin-Softening, und des Temperatureinflusses. Die heutigen CAD-Modelle sind sehr detailliert. Der mühsame und zeitaufwendige Prozess in der Rückführung auf ein äquivalentes 1-D-Balkenmodell entfällt bei der Verwendung eines 3-D-Modells.

Die lateralen Schwingungen (auch Transversal- oder Biegeschwingungen genannt), die orthogonal zur Drehachse des Rotors stattfinden, sind die maßgebliche Komponente bei schnelldrehenden Maschinen [10]. Das Verständnis und die Beeinflussung dieser lateralen Schwingungen sind essentiell, weil exzessive Schwingungen zum Verschleiß der Lager und letztendlich zum Versagen der Struktur führen. In Extremfällen sind die lateralen Schwingungen so groß, dass es zum Kontakt zwischen rotierenden und stationären Teilen mit potentiell katastrophalen Folgen kommen kann [10].

Alle FE-Berechnungen wurden mit PERMAS [1] ausgeführt. PERMAS spezifische Kommandos sind durch ein vorangestelltes Dollarzeichen und Großbuchstaben in den folgenden Abschnitten hervorgehoben.

2 Bewegungsgleichungen

Nachfolgend werden nur lineare bzw., linearisierte Systeme betrachtet, d.h. nur kleine Abweichungen der Rotationsgeschwindigkeit sind möglich. Rotierende Systeme können sowohl in einem Inertialsystem als auch in einem mitrotierenden Bezugssystem behandelt werden.

Im Folgenden konzentrieren wir uns auf die Darstellung im Inertialsystem. Die zusätzlichen Matrizen infolge der Rotation müssen berücksichtigt werden und sind anwenderseitig durch die sogenannte \$ADDMATRIX Karte innerhalb des \$SYSTEM Blocks anzufordern.

Die komplexen Eigenfrequenzen eines elastisch gelagerten Rotors werden berechnet. Die Struktur wird im Inertialsystem beschrieben, d.h. Welle und Scheiben drehen mit einer konstanten Rotationsgeschwindigkeit, während die Lager gegen Grund fixiert sind. Sämtliche Verschiebungen und Frequenzen usw. beziehen sich auf das raumfeste Koordinatensystem. An einem Ende wird die Rotation unterdrückt und stellt den Antrieb mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit dar.

Der erste Berechnungsschritt ist eine statische Analyse für das Ausgangsmodell zur Berechnung des inneren Spannungszustands unter der Einwirkung von Zentrifugallasten. Dies ist eine Grundvoraussetzung zur Berechnung der geometrischen Steifigkeitsmatrix K_g . Der nächste Schritt ist die Berechnung der reellen Eigenformen $X = [x_1 \dots x_r]$, unter Berücksichtigung von geometrischer und konvektiver Steifigkeitsmatrix:

$$M X = (K + K_g + K_c) X \Lambda, \quad \Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \dots & \\ & & \lambda_r \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Die Bewegungsgleichungen, die den Rotor im Inertialsystem beschreiben, sind durch

$$M \ddot{u} + (D + D_b(\Omega) + G) \dot{u} + (K + K_b(\Omega) + K_g + K_c) u = R(t) \quad (2)$$

definiert, wobei M die Massenmatrix, D die viskose Dämpfungsmatrix, $D_b(\Omega)$ die drehzahlabhängige viskose Dämpfung, G die gyroskopische Matrix, K_c die konvektive Steifigkeitsmatrix, K_g die geometrische Steifigkeitsmatrix, $K_b(\Omega)$ die drehzahlabhängige Lagersteifigkeit ist. Eine mögliche komplexe Strukturdämpfung iH des Stators wird im Zeitbereich durch eine äquivalente viskose Dämpfung ersetzt.

Die Berücksichtigung der konvektiven Steifigkeit erfordert die Verwendung einer konsistenten Massenmatrix und entspricht den Standardeinstellungen in PERMAS Version V14. Die Bewegungsgleichungen (2) werden durch den Ansatz

$$u = X \eta \quad (3)$$

in den Modalraum transformiert. Zusätzliche statische Korrekturmoden können zur Erweiterung des Modalraums hinzugefügt werden. Das erfolgt durch das \$ADDMODES-Kommando. Es verbleibt das reduzierte System ($r \ll n$) von Bewegungsgleichungen im Modalraum

$$\tilde{M} \ddot{\eta} + (\tilde{D} + \tilde{D}_b(\Omega) + \tilde{G}) \dot{\eta} + (\tilde{K} + \tilde{K}_b(\Omega) + \tilde{K}_g + \tilde{K}_c) \eta = \tilde{R}(t). \quad (4)$$

Durch Hinzufügen der Beziehung $\xi = \dot{\eta}$ wird die Bewegungsgleichung (4) in den Zustandsraum transformiert:

$$\begin{bmatrix} \tilde{M} & O \\ O & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{D} + \tilde{D}_b + \tilde{G} & \tilde{K} + \tilde{K}_b + \tilde{K}_g + \tilde{K}_c \\ -I & O \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{R}(t) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Zur Analyse rotierender Systeme können in PERMAS zwei verschiedene Koordinatensysteme – stationär und mitrotierend – verwendet werden. Bei der Verwendung des Inertialsystems kann das FE-Modell rotierende und nichtrotierende Anteile besitzen. Allerdings muss der rotierende Anteil axialsymmetrisch sein. Darüber hinaus können verschiedene Komponenten mit unterschiedlichen Drehgeschwindigkeiten rotieren. Die Verwendung des Inertialsystems wird durch

\$ADDMATRIX
GEOSTIFF CONVSTIFF GYRO

aktiviert. Die Rotationsgeschwindigkeit wird innerhalb der Lastvariante durch \$INERTIA ROTATION definiert. Die zusätzlichen Matrizen werden für diese Referenzgeschwindigkeit generiert.

Die Modellbildung rotierender Systeme erfordert eine schiefssymmetrische Pseudodämpfungsmatrix, die als gyroskopische Matrix bezeichnet wird. Die besondere Form dieser Matrix hat komplexe Eigenformen zur Folge. Gleichläufige Eigenformen (FW) haben im Inertialsystem ansteigende Eigenfrequenzen, gegenläufige Eigenformen (BW) zeigen fallende Eigenfrequenzkurven.

Kritische Geschwindigkeiten, die Stabilität und die Unwuchtantwort werden im interessierenden Drehzahlbereich berechnet.

2.1 Lager

Praktisch alle Lager sind elastisch und weisen die Fähigkeit auf, Energie zu absorbieren. Für die meisten Lagertypen zeigt sich eine nichtlineare Kraft-Verschiebungsbeziehung. Darüber hinaus sind die Kennlinien der Lager häufig drehzahlabhängig. Drehzahlabhängige Lager werden durch CONTROL6-Elemente und MPC-Bedingungen vom Typ WLSCON idealisiert.

2.2 Dämpfung

Identische Dämpfungsspezifikationen führen in den unterschiedlichen Bezugssystemen zu verschiedenen Effekten. Im Inertialsystem ist Materialdämpfung für den Rotor nicht geeignet, während modale Dämpfung eine beliebige Art von äußerer Dämpfung darstellt. Diskrete Dämpferelemente können zur Beschreibung von Dämpfungseffekten in Lagern verwendet werden.

2.3 Unwucht

In allen rotierenden Systemen ist grundsätzlich eine Unwucht vorhanden. Die Unwuchtlast agiert als eine harmonische Anregung im Inertialsystem, d.h.

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = m e \Omega^2 \begin{bmatrix} \cos \Omega t \\ \sin \Omega t \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Darin bezeichnet m die Unwuchtmasse. Die Auswuchtgütestufe ist für diverse Gruppen von repräsentativen starren Rotoren in der ISO Richtlinie 1940/1 festgelegt und ist als das Produkt aus einer bestimmten Exzentrizität e in mm und der Winkelgeschwindigkeit Ω in rad/s bei maximaler Betriebsgeschwindigkeit definiert:

$$G = e \Omega. \quad (7)$$

3 Beispiele

3.1 Gasturbine

Das erste Beispiel ist der Literatur entnommen [9]. Allerdings verwenden wir anstatt des Timoshenko-Balken-Modells ein 3-D-Solid-Modell. Das FE-Modell besteht aus 48372 Hexaeder -und 1000 Pentaederelementen. Abb. 1 zeigt das Netz des Rotormodells. Vorderes und hinteres Lager befinden sich an den Positionen $x = 0.04\text{m}$ bzw. $x = 0.7\text{m}$. Der Rotor besteht aus 6 Scheiben und einer Hohlwelle der Länge $l = 0.78\text{m}$. Einzelheiten bezüglich der physikalischen und geometrischen Daten sind in [9] zu finden. Die Kennlinien für die beiden Lager sind in Abb. 2 visualisiert. Die Steifigkeit des hinteren Lagers nimmt mit der Drehzahl zu, während das vordere Lager eine konstante Steifigkeit im gesamten Drehzahlbereich aufweist. Die viskose Dämpfung in den Lagern nimmt mit steigender Drehzahl ab.

VisPER (Visual PERMAS) [3] wird für Modellvalidierung und Postprocessing eingesetzt. Medina [5] wurde zur Generierung des FE-Modells verwendet.

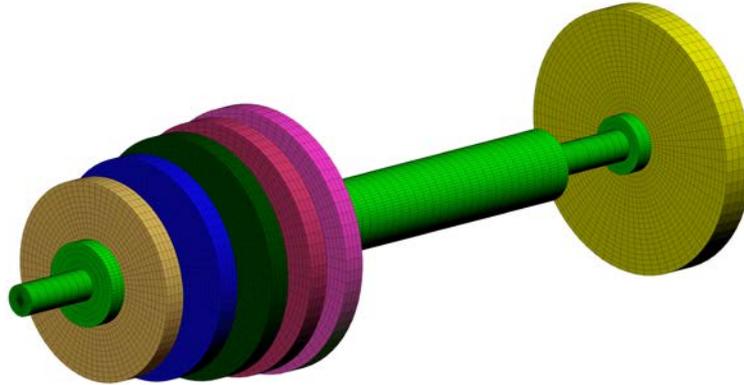


Abb. 1 : Vereinfachtes Modell einer Gasturbine

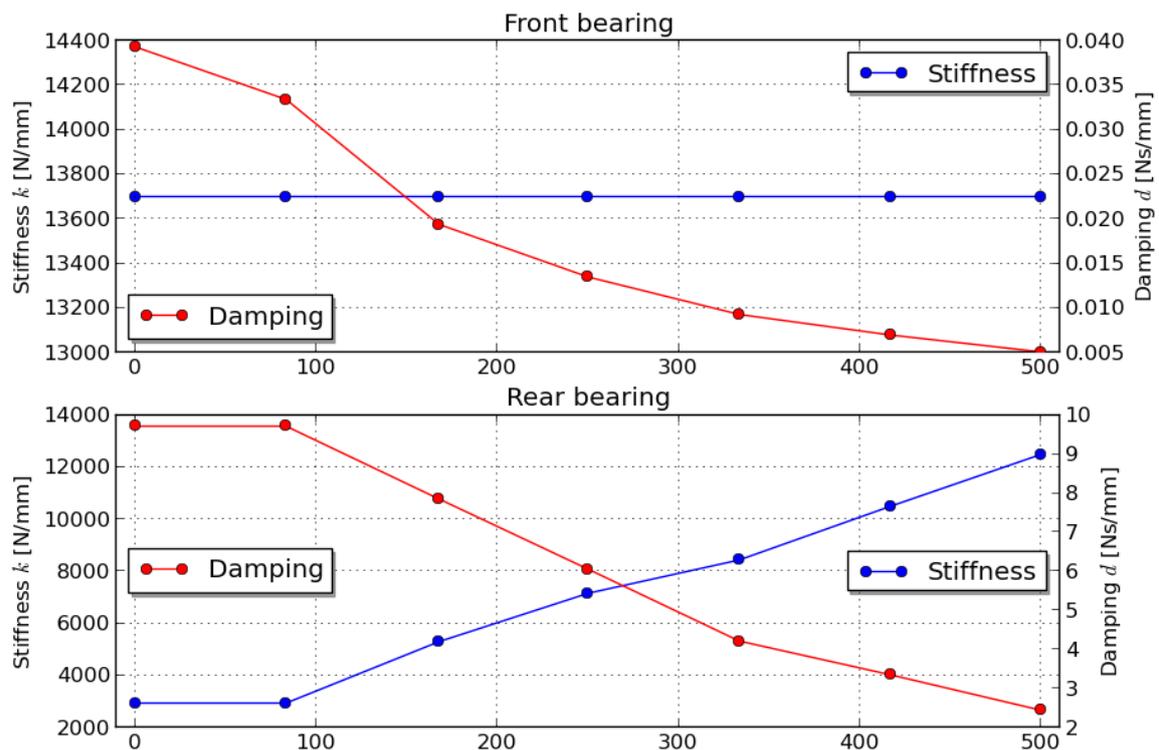


Abb. 2 : Drehzahlabhängige Lagereigenschaften - Steifigkeit und Dämpfung

3.1.1 Dehnungsenergieverteilung

Die Dehnungsenergieverteilung der verschiedenen Teile des Rotors ist in Abb. 3 dargestellt. Jede Säule stellt eine reelle Eigenfrequenz des rotierenden Systems dar. Biegeeigenformen treten aufgrund der Symmetrie des Rotors und der isotropen Lager paarweise auf. Die dritte und sechste Säule stellen Torsionseigenformen dar. Die ersten beiden Biegeeigenformen werden durch das hintere Lager dominiert, während das vordere Lager maßgeblich zu den Eigenformen 4,5 bzw. 7,8 beiträgt. Die Eigenvektoren 11 und 12 zeigen Longitudinaleigenformen des Rotors und der Scheiben. Die elastischen Scheiben leisten im Wesentlichen einen Beitrag zur Dehnungsenergie für höhere Eigenformen, während die niedrigen Eigenformen die Hohlwelle betreffen.

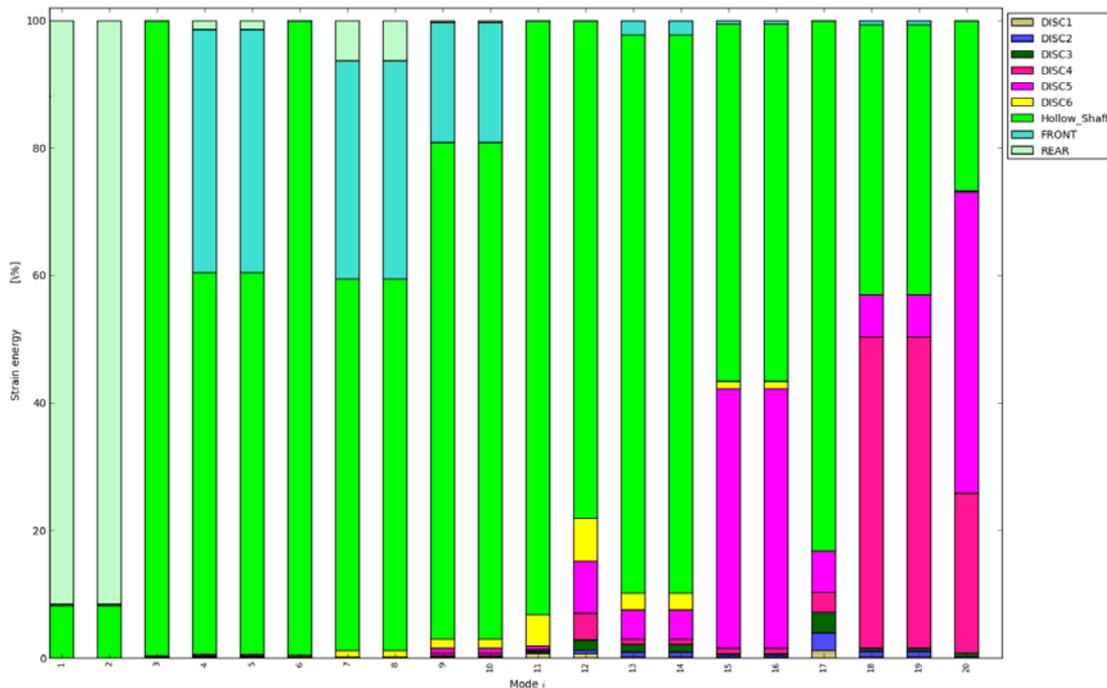


Abb. 3: Dehnungsenergieverteilung

3.1.2 Campbell-Diagramm

In PERMAS steht eine Prozedur \$MODAL ROTATING zur Verfügung, die einen Bezug zwischen der Rotationsgeschwindigkeit und den komplexen Eigenfrequenzen herstellt und alle Eigenkurven als xy-Daten in einem Berechnungslauf generiert. Ein Modetracking-Verfahren ist implementiert, das die Zuordnung der komplexen Eigenwerte über den Drehzahlbereich gewährleistet. Zusätzlich ist ein Filter CURRENT CFREQ = UNSTABLE für instabile Eigenformen vorhanden, der die Auswertung erleichtert.

Das Campbell-Diagramm zum ersten Beispiel ist in Abb. 5 zu sehen. Durchgezogene Linien kennzeichnen die PERMAS-Ergebnisse, strichpunktierte die Ergebnisse zu dem korrespondierenden Balkenmodell aus [9]. Torsions- und Longitudinaleigenformen sind in dem Balkenmodell nicht abgebildet. Bis auf die dritte gleichläufige Eigenform zeigen alle Eigenkurven eine gute Übereinstimmung mit dem Balkenmodell. Die Abweichungen im Campbell-Diagramm können durch die unterschiedlichen Diskretisierungen erklärt werden. Das Balkenmodell zeigt sich tendenziell steifer als das 3D-Solid-Modell, insbesondere für höhere Eigenformen.

Die erste kritische Geschwindigkeit des Rotors korrespondiert mit der ersten Gleichlaufeigenform (FW) bei 51 Hz und eine zweite kritische Geschwindigkeit bei $f = 150$ Hz.

Nelson [15] hat gezeigt, dass der Vektor der Gegenlaufeigenform (BW) orthogonal zum Vektor der Unwucht ist, und somit keine Energie in die Gegenlaufeigenform eingetragen wird. Aus diesem Grund sind die kritischen Geschwindigkeiten bei symmetrischen Rotoren auf den Gleichlauf beschränkt.

Zur Beurteilung der Stabilität der Gasturbine wird das äquivalente Dämpfungsverhältnis

$$\xi_j = -\frac{\delta_j}{\sqrt{\delta_j^2 + \omega_j^2}} \quad (8)$$

berechnet. Das System ist grenzstabil, wenn $\xi_j \geq 0 \forall j$, was für die Gasturbine zutrifft (Abb. 4).

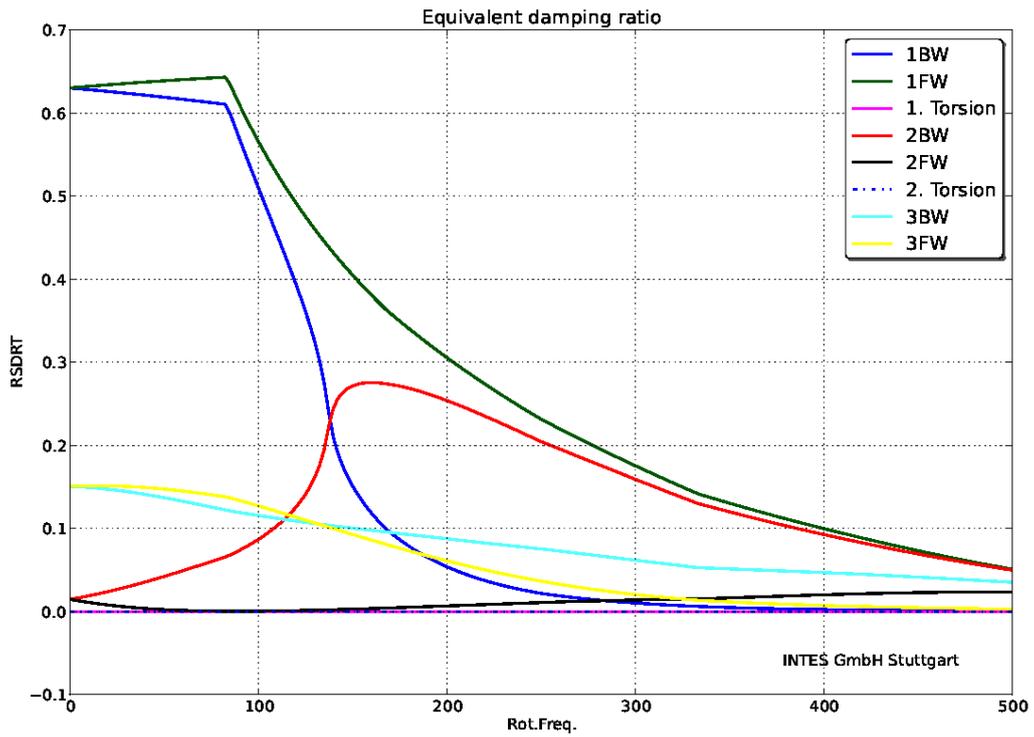


Abb. 4 : Äquivalentes Dämpfungsverhältnis für die Gasturbine

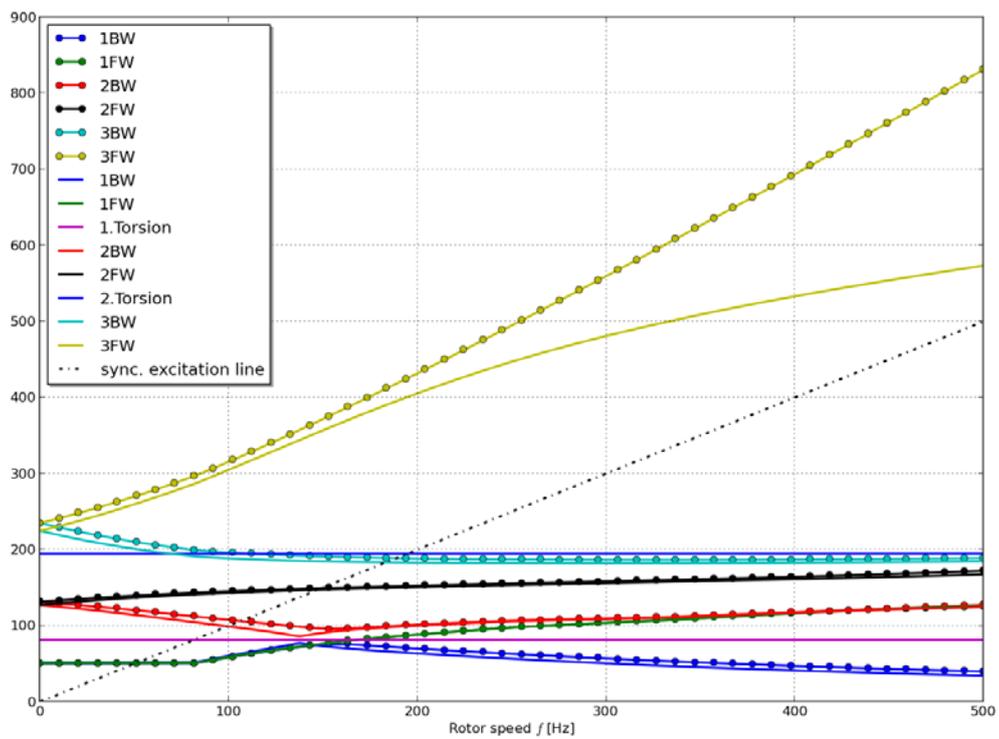


Abb. 5 : Campbell-Diagramm zur Gasturbine

3.1.3 Unwuchtanregung

Eine Unwucht von 10^{-4} kg m wird an der Einzelscheibe am Knoten 21 des Finite-Elemente-Modells innerhalb der numerischen Analysen berücksichtigt. Abb. 6 zeigt die Amplituden an verschiedenen Knotenpunkten infolge der wirkenden Unwucht. Die Resonanzüberhöhung zur ersten kritischen Drehzahl fehlt, da die Dämpfung des hinteren Lagers die Überhöhung unterdrückt.

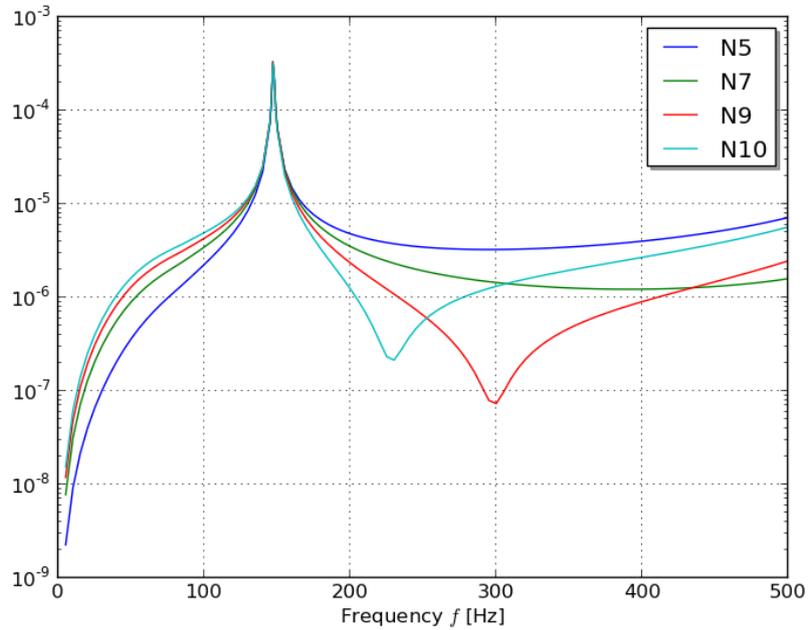


Abb. 6: Unwuchtantwort an ausgewählten Positionen der Gasturbine

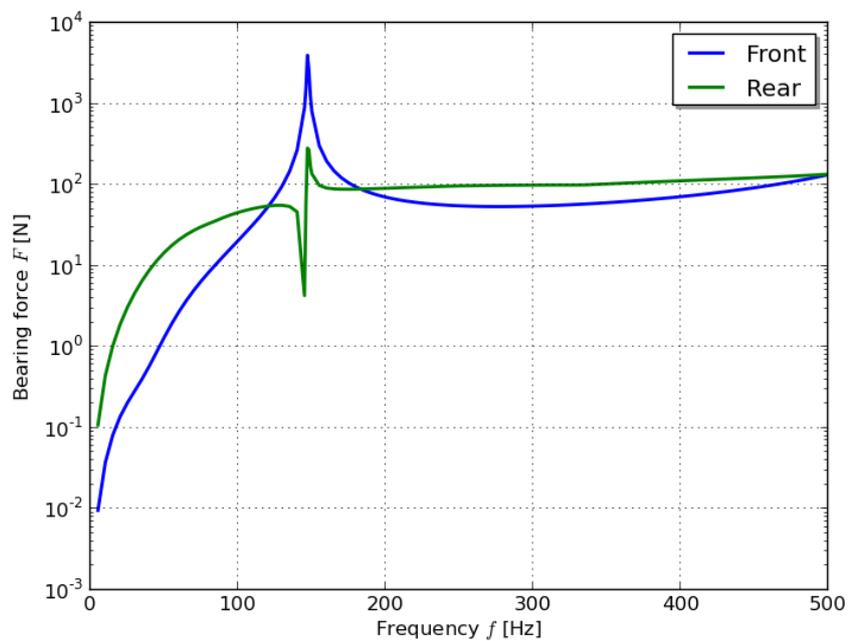


Abb. 7 : Dynamische Lagerreaktionskräfte

3.2 Schleifmaschine

Eine Schleifmaschine (Abb. 8) ist ein Werkzeug zum Schärfen von Werkzeugen, Glätten von Oberflächen oder zum Entfernen von Beschichtungen auf Oberflächen. Je nach Material und dessen Härte werden Schleifscheiben aus unterschiedlichen Trägern und mit Schleifmitteln je nach Anwendung eingesetzt. Das CAD-Modell der Schleifmaschine wird durch Grabcad [6] zur Verfügung gestellt.

Es ist eine bekannte Tatsache, dass das Gehäuse einen Einfluss auf die Dynamik des Rotors hat, Daher ist die Interaktion von Rotor und Stator ein wesentlicher Aspekt in der dynamischen Analyse des Rotors. Deshalb betrachten alle folgenden Analysen das Gesamtsystem, bestehend aus rotierenden und nichtrotierenden Teilen.

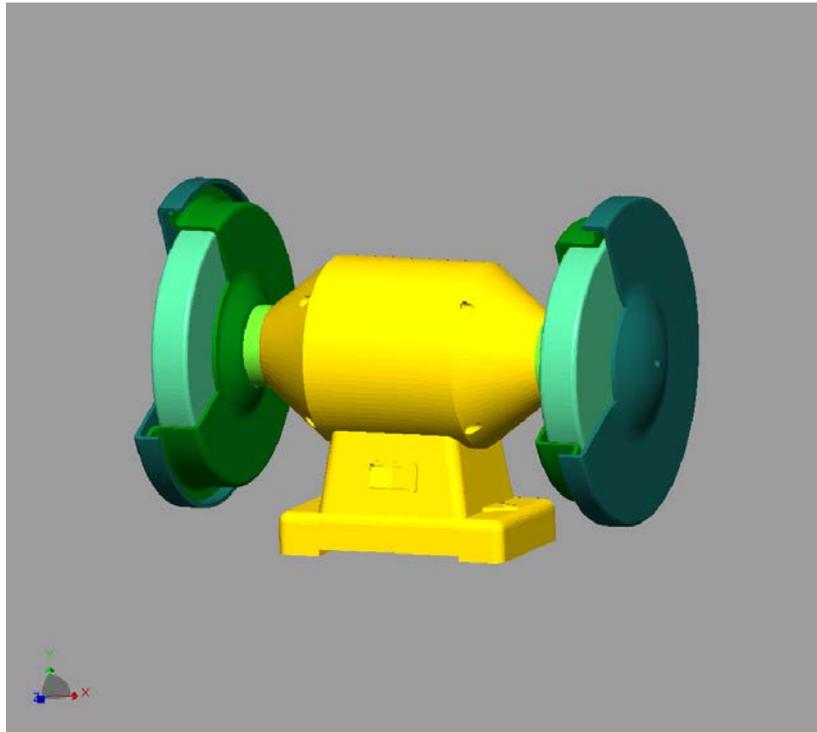


Abb. 8: Schleifmaschine: Durchmesser der Schleifscheiben $D = 123$ mm

3.2.1 Drehzahlabhängige Lager

Eine diagonale Steifigkeitsmatrix

$$K(\Omega) = \text{diag} \left\{ f_{2001} \quad f_{2002} \quad f_{2002} \quad 0 \quad 10^5 \quad 10^5 \right\} \quad (9)$$

wird hier für die Beschreibung der Lager verwendet - somit werden Querkopplungseffekte vernachlässigt. Die Funktionsverläufe der Funktionen f_{2001} und f_{2002} aus Gleichung (9) sind in Abb. 9 dargestellt.

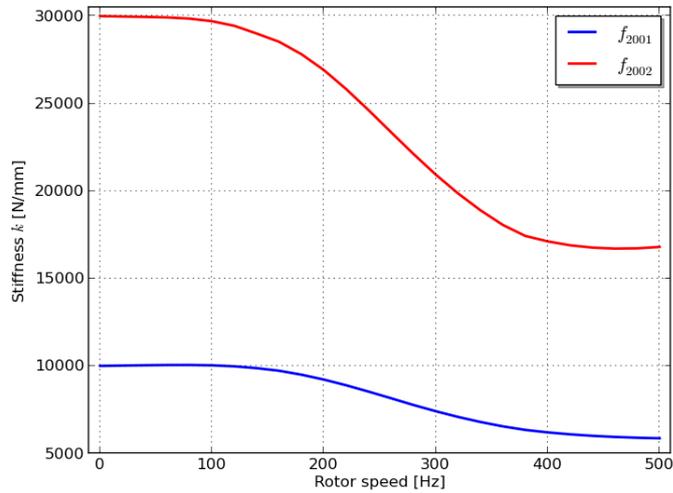


Abb. 9 : Drehzahlabhängige Lagersteifigkeit

3.2.2 Zentrifugallast

Das Verschiebungsfeld infolge einer Zentrifugallast ist in Abb. 10 gezeigt. Die statische Vorlaufanalyse ist notwendig, um die zusätzlichen Matrizen infolge der Rotation zu berechnen.

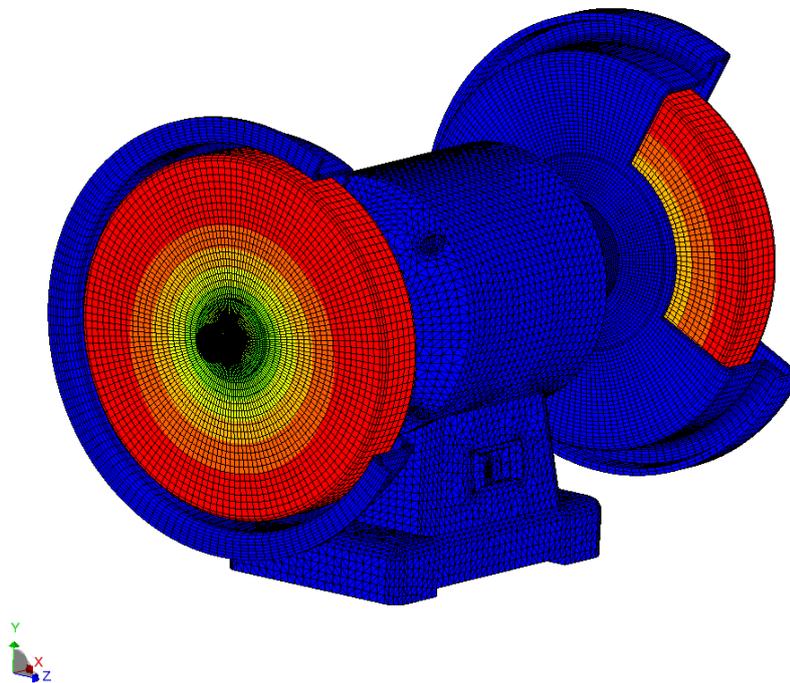


Abb. 10 : Verschiebungsfeld infolge einer Zentrifugallast

Das Campbell-Diagramm zur Schleifmaschine ist in Abb. 11 zu sehen. Die Frequenzen der Torsions- und Axialeigenformen sind drehzahlunabhängig.

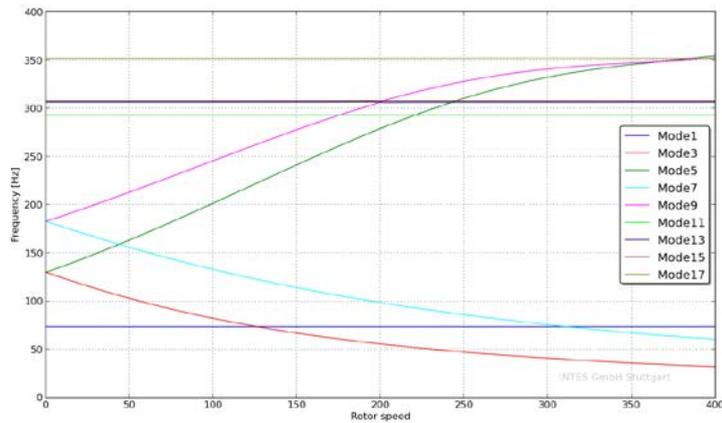


Abb. 11: Campbell-Diagramm der Schleifmaschine

3.2.3 Schallabstrahlleistung

Die Schallabstrahlleistung kann nach Modal- und Frequenzganganalysen sowie transienten Analysen im Zeitbereich berechnet werden. Das Ergebnis kann in PERMAS für alle Schalen-, Membran- und sogenannte LOADA bzw. FSINTA Elemente generiert werden. Die flächenbezogene Schallabstrahlleistung ist proportional zu

$$\bar{v}^2 = \frac{1}{A} \int v_n^2 dA, \quad (10)$$

wobei v_n die Geschwindigkeit in Normalrichtung an der schwingenden Oberfläche bezeichnet. Das Ergebnis ist der über die Elementfläche gemittelte quadratische Wert der Elementnormalengeschwindigkeit.

Die Verteilung der Schallabstrahlleistungsdichte infolge Unwuchtanregung der Schleifmaschine ist für 50 Hz in Abb. 12 dargestellt.

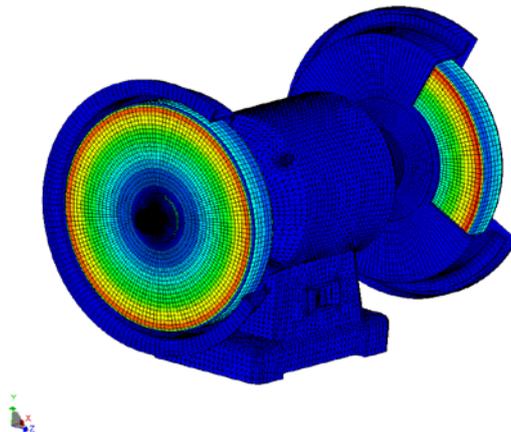


Abb. 12: Schallabstrahlleistungsdichte für $f = 50$ Hz

4 Zusammenfassung

Eine vollständige rotordynamische Analyse ist durchgeführt und an einem Beispiel aus der Literatur validiert worden. Typische Ergebnisse, wie zum Beispiel das Campbell-Diagramm, dynamische Lagerreaktionskräfte infolge einer Unwucht und kritische Geschwindigkeiten sind berechnet worden. Das zweite Beispiel adressiert die Rotor-Stator-Interaktion einer Schleifmaschine. Darüber hinaus

wurde die Schallabstrahlleistung für rotierende und nichtrotierende Teile der Gesamtstruktur berechnet.

Mögliche Erweiterungen der vorliegenden Arbeit beinhalten:

- Die Auslegung leichter und schnelldrehender Rotoren erfordert ein tiefes Verständnis der Rotordynamik, um überhöhte Schwingungen im Betriebsdrehzahlbereich zu vermeiden. Aus diesem Grund ist es vorteilhaft Optimierungstechniken [17] einzusetzen, um u.a. Spannungen und Verschiebungen zu reduzieren. Hierzu stehen innerhalb von PERMAS Module zur Topologie-, Parameter- und Formoptimierung zur Verfügung. Einige Design Constraints wie z. B. \$DCONSTRAINT WEIGHT, FREQ, CAMPBELL, CFREQ, NPSTRESS, ELSTRESS erlauben somit eine Optimierung hinsichtlich der obengenannten Nebenbedingungen ohne einen externen Optimierer in die Prozesskette zu integrieren. Desweiteren ist auch eine Positionsoptimierung der Lager verfügbar.
- Weitere Aspekte sind die automatisierte Generierung sogenannter Critical Speed Maps, in denen die kritischen Geschwindigkeiten über der Lagersteifigkeit halblogarithmisch aufgetragen werden, die einen wichtigen Beitrag für ein besseres Verständnis elastisch gelagerter Rotoren darstellen.

5 Danksagung

Die Autoren bedanken sich bei Dr. João C. Menezes und Dr. Geraldo Creci Filho für das Campbell-Diagramm zum Balkenmodell des ersten Beispiels.

6 Referenzen

Die Autoren sind unter info@intes.de für Rückfragen erreichbar.

- [1] PERMAS Version 14: Users Reference Manual, INTES Publication No. 450, Stuttgart, 2012
- [2] PERMAS Version 14: Examples Manual, INTES Publication No. 550, Stuttgart, 2012.
- [3] VisPER Version 3.1.005: VisPER Users Manual, INTES Publication No. 470, Stuttgart, 2012
- [4] PERMAS Product Description Version 14, INTES, Stuttgart, 2012
http://www.intes.de/kategorie_unternehmen/publikationen
- [5] Medina FEM Pre- and Post-Processing, T-Systems International GmbH,
<http://servicenet.t-systems.com/medina>
- [6] Grabcad <http://grabcad.com>
- [7] Bench Grinder <http://grabcad.com/library/bench-grinder>
- [8] Combescure, D. Lazarus, A.: "Refined finite element modelling for the vibration of large rotating machines: Applications to the gas turbine modular helium reactor power conversion unit", Journal of Sound and Vibration, Vol. 318, 2008, pp.1262—1280
- [9] Creci, C., Menezes, J.C., Barbosa, J.R., Corra, J.A.: Rotordynamic analysis of a 5-kilonewton thrust gas turbine by considering bearing dynamics, Journal of Propulsion and Power, Vol. 27, 2011, pp. 330—336
- [10] Friswell, M. I., Penny, J.E.T., Garvey, S.D., Lees, A.W.: Dynamics of rotating machines, Cambridge University Press, 2010.
- [11] Geradin, M., Kill, N.: A new approach to finite element modeling of flexible rotors, Eng. Comput., Vol. 1, 1984, pp. 52—64.
- [12] Jacquet-Richardet, G., Torkhani, M., Cartraud, P., Thouverez, F., Nouri Baranger, T., Herran, M., Gibert, C., Baguet, S., Almeida, P., Peletan, L.: Rotor to stator contacts in turbomachines. Review and Application, Mechanical Systems and Signal Processing, 2013, in press
- [13] Nandi, A., Neogy, S.: Modelling of rotors with three-dimensional solid finite elements, Journal of Strain Energy, Vol. 36, 2001, pp. 359—371
- [14] Nandi, A.: On computation of response of a rotor in deformed configuration using three-dimensional finite elements, Communications in Numerical Methods in Engineering, Vol. 19, 2003, pp. 179—195
- [15] Nelson, F.C.: Rotor dynamics without equations, International Journal of COMADEM, Vol. 10, 2007, pp. 2—10
- [16] Nelson, H.D.: A finite rotating shaft element using Timoshenko beam theory, Journal of Mechanical Design, Vol. 102, 1980, pp. 793—803
- [17] Pugachev, A.O., Sheremetyev, A.V., Tykhominov, V.V., Timchenko, I.D.: Gradient-based optimization of a turbo-prop rotor system with constraints on stresses and natural frequencies,

51st AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference,
12-15 April 2010, Orlando, Florida

- [18] Wagner, M.B., Younanm A., Allaire, P., Cogill, R.: Model reduction methods for rotor dynamic analysis: A survey and review, Journal of Rotating Machinery, Vol. 2010, 2010.
- [19] PERMAS Version 14: Rotierende Systeme
http://www.intes.de/kategorie_permas/anwendungen/rotierende_systeme