

Hilfreiche Werkzeuge im Designprozess von elastisch gelagerten Rotoren

Nils Wagner, Reinhard Helfrich

info@intes.de

Intes GmbH, Stuttgart, Deutschland

<http://www.intes.de>

1 Einleitung

Aufgrund steigender Anforderungen an hochperformante Maschinen werden rotierende Systeme heutzutage so ausgelegt, dass sie oberhalb der ersten oder höheren kritischen Drehzahlen operieren. Bereits während der Designphase ist ein tieferes Verständnis der elastischen Lagerung des Rotors und deren Auswirkung auf das Gesamtverhalten einschließlich der kritischen Geschwindigkeiten notwendig.

Die Karte der kritischen Geschwindigkeiten charakterisiert die Entwicklung der kritischen Geschwindigkeiten des Rotors in Abhängigkeit der Lagersteifigkeit. Daher helfen diese Karten dem Ingenieur bei der Beurteilung von rotierenden Systemen. Darüber hinaus decken diese Karten die Sensitivität der kritischen Geschwindigkeiten bezüglich der gewählten Lagersteifigkeiten auf.

Um diese Karten zu generieren, ist die wiederholte Lösung eines Eigenwertproblems für verschiedene Lagersteifigkeiten notwendig.

In diesem Fall werden sämtliche Lagersteifigkeiten im Modell als isoelastisch betrachtet und die Lagersteifigkeit über mehrere Dekaden variiert, da diese Karten üblicherweise halb- oder doppelt-logarithmisch dargestellt werden.

Zu diesem Zweck ist in PERMAS eine sogenannte SAMPLING Prozedur implementiert, die den Parameterraum in einem Berechnungslauf abtastet. Somit haben Berechnungsingenieure ein effizientes Werkzeug für Analysen dieser Art zur Verfügung.

Der erste Berechnungsschritt ist eine statische Analyse zur Berechnung des Spannungszustands infolge einer Zentrifugallast und stellt eine Voraussetzung zur Berechnung der geometrischen Steifigkeit dar.

Der nächste Schritt besteht in der Berechnung der reellen Eigenvektoren unter Berücksichtigung der geometrischen und konvektiven Steifigkeit. Diese Eigenformen dienen dazu die Bewegungsgleichungen in den Modalraum zu transformieren. Zusätzliche statische Ansatzformen können den Modalraum anreichern.

Der letzte Schritt ist eine komplexe Eigenwertanalyse zur Berechnung des korrespondierenden Campbell-Diagramms. Eine Strategie zur Zuordnung der Eigenwerte zur jeweiligen Eigenform ist implementiert, um glatte Kurven im Campbell-Diagramm zu garantieren. Vorhergesagte kritische Geschwindigkeiten sind durch die Schnittpunkte des Fahrstrahls mit der jeweiligen Eigenkurve im Campbell-Diagramm gekennzeichnet. Diese kritischen Geschwindigkeiten werden für vorselektierte Federzahlen aufgesammelt und generieren die Karte der kritischen Geschwindigkeiten.

Ein Beispiel aus der Literatur zeigt die Effizienz der Methode.

Alle FE-Berechnungen wurden mit PERMAS [5] ausgeführt. PERMAS spezifische Kommandos sind durch ein vorangestelltes Dollarzeichen und Großbuchstaben in den folgenden Abschnitten hervorgehoben

2 Bewegungsgleichungen

Nachfolgend werden nur lineare bzw. linearisierte Systeme betrachtet, d.h. nur kleine Abweichungen der Rotationsgeschwindigkeit sind möglich. Rotierende Systeme können sowohl in einem Inertialsystem als auch in einem mitrotierenden Bezugssystem behandelt werden.

Im Folgenden konzentrieren wir uns auf die Darstellung im Inertialsystem. Die zusätzlichen Matrizen infolge der Rotation müssen berücksichtigt werden und sind anwenderseitig durch die sogenannte \$ADDMATRIX Karte innerhalb des \$SYSTEM Blocks anzufordern.

Die komplexen Eigenfrequenzen eines elastisch gelagerten Rotors werden berechnet. Die Struktur wird im Inertialsystem beschrieben, d.h. Welle und Scheiben drehen mit einer konstanten Rotationsgeschwindigkeit, während die Lager gegen Grund fixiert sind. Sämtliche Verschiebungen

und Frequenzen usw. beziehen sich auf das raumfeste Koordinatensystem. An einem Ende wird die Rotation unterdrückt und stellt den Antrieb mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit dar. Der erste Berechnungsschritt ist eine statische Analyse für das Ausgangsmodell zur Berechnung des inneren Spannungszustands unter der Einwirkung von Zentrifugallasten. Dies ist eine Grundvoraussetzung zur Berechnung der geometrischen Steifigkeitsmatrix K_g . Der nächste Schritt ist die Berechnung der reellen Eigenformen $X = [x_1 \dots x_r]$, unter Berücksichtigung von geometrischer und konvektiver Steifigkeitsmatrix:

$$M X = (K + K_g + K_c) X \Lambda, \quad \Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \dots & \\ & & \lambda_r \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Die Bewegungsgleichungen, die den Rotor im Inertialsystem beschreiben, sind durch

$$M \ddot{u} + (D + D_b(\Omega) + G) \dot{u} + (K + K_b(\Omega) + K_g + K_c) u = R(t) \quad (2)$$

definiert, wobei M die Massenmatrix, D die viskose Dämpfungsmatrix, $D_b(\Omega)$ die drehzahlabhängige viskose Dämpfung, G die gyroscopische Matrix, K_c die konvektive Steifigkeitsmatrix, K_g die geometrische Steifigkeitsmatrix, $K_b(\Omega)$ die drehzahlabhängige Lagersteifigkeit ist. Die Berücksichtigung der konvektiven Steifigkeit erfordert die Verwendung einer konsistenten Massenmatrix und entspricht den Standardeinstellungen in PERMAS Version V14. Die Bewegungsgleichungen (2) werden durch den Ansatz

$$u = X \eta \quad (3)$$

in den Modalraum transformiert. Zusätzliche statische Korrekturmoden können zur Erweiterung des Modalraums hinzugefügt werden. Das erfolgt durch das \$ADDMODES-Kommando. Es verbleibt das reduzierte System ($r \ll n$) von Bewegungsgleichungen im Modalraum

$$\tilde{M} \ddot{\eta} + (\tilde{D} + \tilde{D}_b(\Omega) + \tilde{G}) \dot{\eta} + (\tilde{K} + \tilde{K}_b(\Omega) + \tilde{K}_g + \tilde{K}_c) \eta = \tilde{R}(t) \quad (4)$$

Durch Hinzufügen der Beziehung $\xi = \dot{\eta}$ wird die Bewegungsgleichung (4) in den Zustandsraum transformiert:

$$\begin{bmatrix} \tilde{M} & O \\ O & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ \eta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{D} + \tilde{D}_b + \tilde{G} & \tilde{K} + \tilde{K}_b + \tilde{K}_g + \tilde{K}_c \\ -I & O \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{R}(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Zur Analyse rotierender Systeme können in PERMAS zwei verschiedene Koordinatensysteme – stationär und mitrotierend – verwendet werden. Bei der Verwendung des Inertialsystems kann das FE-Modell rotierende und nichtrotierende Anteile besitzen. Allerdings muss der rotierende Anteil axialsymmetrisch sein. Darüber hinaus können verschiedene Komponenten mit unterschiedlichen Drehgeschwindigkeiten rotieren. Die Verwendung des Inertialsystems wird durch

\$ADDMATRIX
GEOSTIFF CONVSTIFF GYRO

aktiviert. Die Rotationsgeschwindigkeit wird innerhalb der Lastvariante durch \$INERTIA ROTATION definiert. Die zusätzlichen Matrizen werden für diese Referenzgeschwindigkeit generiert.

Die Modellbildung rotierender Systeme erfordert eine schiefsymmetrische Pseudodämpfungsmatrix, die als gyroscopische Matrix bezeichnet wird. Die besondere Form dieser Matrix hat komplexe Eigenformen zur Folge. Gleichläufige Eigenformen (FW) haben im Inertialsystem ansteigende Eigenfrequenzen, gegenläufige Eigenformen (BW) zeigen fallende Eigenfrequenzkurven.

3 Campbell Diagramm

Um die Drehzahlabhängigkeit der Eigenfrequenzen aufzuzeigen, steht eine automatische Prozedur \$MODAL ROTATING zur Verfügung, welche die Eigenkurven direkt berechnet. Ein Pfadverfolgungsalgorithmus ist implementiert, um die Zuordnung der komplexen Eigenwerte zu gewährleisten. Das Campbell-Diagramm für ein Literaturbeispiel [2, 6] ist in Abb. 1 dargestellt. Mutmaßliche Kandidaten für kritische Geschwindigkeiten sind durch die Schnittpunkte des Fahrstrahls mit den Eigenkurven gegeben. Gewöhnlich werden kritische Geschwindigkeiten durch Unwuchtanregungen, die auf den Rotor wirken, angeregt. Bei einer isotropen Lagerung können Unwuchten keine gegenläufigen Eigenformen anregen [3, 4].

Das Vorgehen zum Detektieren von torsionskritischen Geschwindigkeiten erfolgt in ähnlicher Weise. Obgleich gibt es bestimmte Unterschiede. Die Torsionseigenfrequenzen sind drehzahlunabhängig, sodass sie als horizontale Linien im Campbell-Diagramm erscheinen. Allerdings treten aufgrund der Numerik kleine Schwankungen in den Torsionseigenfrequenzen auf. Aus diesem Grund werden die entsprechenden Werte durch den Mittelwert der jeweiligen Eigenkurve skaliert. Danach werden die Differenzen aufeinanderfolgender Werte subtrahiert und anschließend aufsummiert. Wenn die Summe unterhalb eines Schwellwertes liegt, wird die korrespondierende Eigenkurve als drehzahlunabhängig betrachtet. Dieses Kriterium wird hier eingesetzt, um die drehzahlunabhängigen Eigenkurven herauszufiltern.

Die Eigenkurven zu lateralen Eigenkurven werden durch kubische Splines approximiert, um die Schnittpunkte der Eigenkurven mit dem Fahrstrahl zu berechnen. Dies erfolgt wiederum durch ein numerisch stabiles Bisektionsverfahren.

Dieses Vorgehen wird für eine aufsteigende Folge von Lagersteifigkeiten mit Hilfe der sogenannten SAMPLING Prozedur, die in PERMAS ab Version 15 verfügbar ist, wiederholt. Dabei werden alle kritischen Geschwindigkeiten aufgesammelt. Am Ende steht die Karte der kritischen Geschwindigkeiten zur Verfügung.

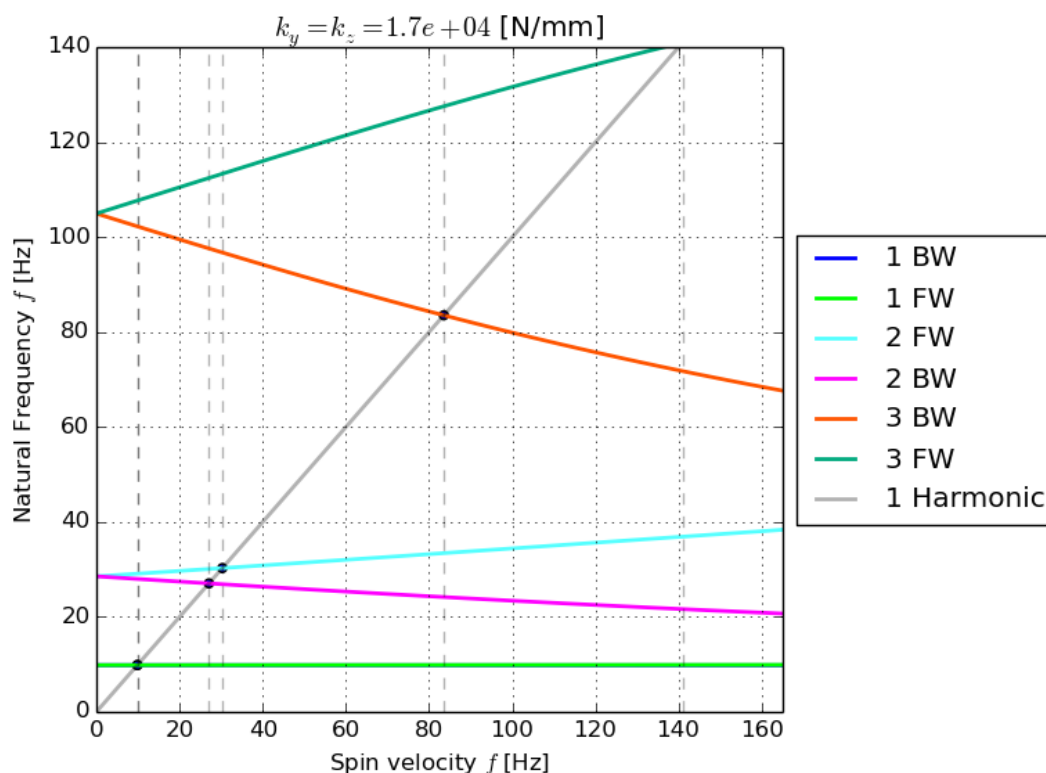


Abb. 1: Campbell-Diagramm

4 Karte der kritischen Geschwindigkeiten

Heutzutage werden diese Karten bereits in der frühen Auslegungsphase von elastisch gelagerten Rotoren eingesetzt [7, 8].

Dabei ist zu beachten, dass die ersten beiden Moden bei einer weichen Lagerung einen vernachlässigbaren Beitrag der Welle aufweisen. Abb. 2 zeigt die Evolution der Eigenfrequenzen in

Abhängigkeit der Lagersteifigkeit. Die ersten drei kritischen Geschwindigkeiten variieren üblicherweise mit der Lagersteifigkeit [1]. Im vorliegenden Beispiel ist die Empfindlichkeit der kritischen Geschwindigkeiten so groß, dass es keinen Geschwindigkeitsbereich gibt, in dem es keinen Schnittpunkt mit den Kurven gibt. Eine relativ große Änderung der kritischen Geschwindigkeiten kann durch eine Anpassung der Lagersteifigkeiten in dem Intervall $[10^4; 10^7]$ [N/mm] erzielt werden. Oberhalb von 10^7 [N/mm] ist praktisch keine Anhebung der kritischen Geschwindigkeiten mehr möglich.

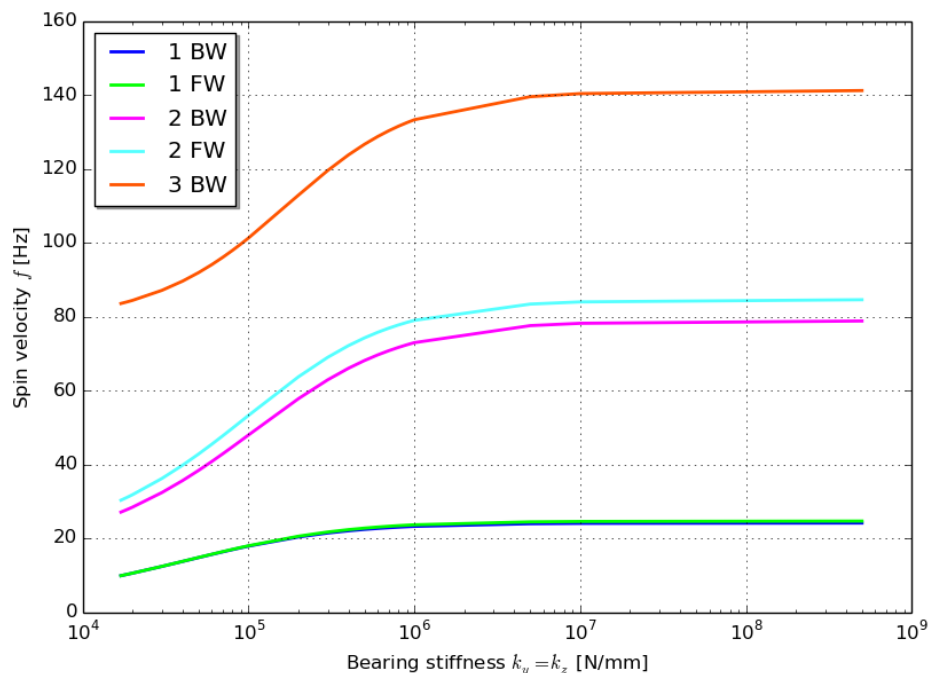


Abb. 2 : Karte der kritischen Geschwindigkeiten

5 Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit hat an einem Literaturbeispiel wesentliche Aspekte einer dreidimensionalen FEM Analyse eines elastisch gelagerten Rotors dargestellt. Die kritischen Geschwindigkeiten stehen dabei im Vordergrund und werden für variable Lagersteifigkeiten innerhalb eines Rechenlaufes berechnet und in einer Karte dargestellt. Dazu dient ein zusätzliches Python-Skript, dass innerhalb des sogenannten User-Abschnitts im User Control Interface aufgerufen wird.

6 Referenzen

- [1] Vance, J. M.: "Rotordynamics of Turbomachinery", John Wiley & Sons, 1988
- [2] Friswell, M- I. Penny, J.E.T., Garvey, S. D. Lees, A.W.: "Dynamics of rotating machines", Cambridge University Press (2010)
- [3] J. Pyrhönen, J. Nerg, A. Mikkola, J. Sopanen, T. Aho: „Electromagnetic and mechanical design aspects of a high-speed solid-rotor induction machine with no separate copper electric circuit in the megawatt range“, Electr. Eng. Vol. 91 (2009) pp. 35—49.
- [4] F. C. Nelson: "Rotor dynamics without equations", International Journal of COMADEM, Vol. 10, pp. 2--10, 2007.
- [5] PERMAS Version 15: Users' Reference Manual}, INTES Publication No. 450, Stuttgart, 2014.
- [6] H. Ma, H. Li, H. Niu, R. Song, B. Wen : "Numerical and experimental analysis of the first-and second-mode instability in a rotor-bearing system", Arch. Appl. Mech., Vol. 84, pp. 519—541
- [7] H.-W. D. Chiang, C.-N. Hsu, S.-H. Tu : "Rotor-Bearing analysis for turbomachinery single- and dual-rotor systems", Journal of Propulsion and Power, Vol. 20 (2004), pp. 1096—1104.
- [8] D.-K. Hong, B.-C. Woo, D.-H. Koo : "Rotordynamics of 120 000 r/min 15kW ultra high speed motor", IEEE Transactions on Magnetic, Vol. 45 (2009) pp. 2831—2834
- [9] PERMAS Version 14: Rotierende Systeme
http://www.intes.de/kategorie_permas/anwendungen/rotierende_systeme